

Zweiter Nachtrag zu
"Gleichkantige konvexe Polyeder"

Weil ich den Anspruch erhebe, *alle* konvexen, gleichkantigen Polyeder mit nicht mehr als zehneitigen Flächen aufzulisten, muss ich vier nachträglich entdeckte Gleichkanter melden.

Es sind zwei Polyeder, die aus Würfel und Dodekaeder hervorgehen, indem gleichzeitig Ecken und Kanten abgeschliffen werden. Ich nenne sie *EK(Würfel)* und *EK(Dodekaeder)*, und zwei längliche Polyeder mit hexagonalem Querschnitt, normal und geschert, die ich *ScherHexa90* und *ScherHexaWurz2* nenne.

Auf alle vier neuen Gleichkanter bin ich gestossen, als ich die kompakten Kugelagglomerationen untersuchte.

Gleichzeitig Ecken und Kanten abschleifen

Wenn ich die Operation 'gleichzeitig Ecken und Kanten abschleifen' zusätzlich auf die dualen Polyeder von Oktaeder und Ikosaeder anwende erhalte ich nichts neues. Wenn man vom zu sich selber dualen Tetraeder ausgeht, gewinnt man das gleiche Polyeder wie dasjenige, das durch Eckenabschleifen aus dem Oktaeder hervorgeht.

Die EK(X) haben typisch drei verschiedene Flächentypen.

Die Kugelagglomeration, die auf die EK(X) hinwies, ist schon ziemlich gross und kein perfekter Gleichkanter. Sie hat Rechtecke statt Vierecke.

Gescherte hexagonale Prismen

Die Kugelagglomeration, die auf die ScherHexa hinwies, ist ein Ausschnitt aus der dichtesten Kugelpackung vom Typ 123 mit 24 Kugeln. Es ist das ScherHexa mit dem Scherwinkel $2 * \arctan(1 / \sqrt{2}) = 70.53^\circ$, den wir von der Raute des Rhombododekaeders her kennen. Bei diesem Scherwinkel ergeben sich runde Rautenspitzwinkel, nämlich 90° und 60° . Von den 18 Ecken haben 12 bemerkenswerterweise wiederum den 'runden' Raumwinkel π vom Typ $(120^\circ, 120^\circ, 90^\circ)$.

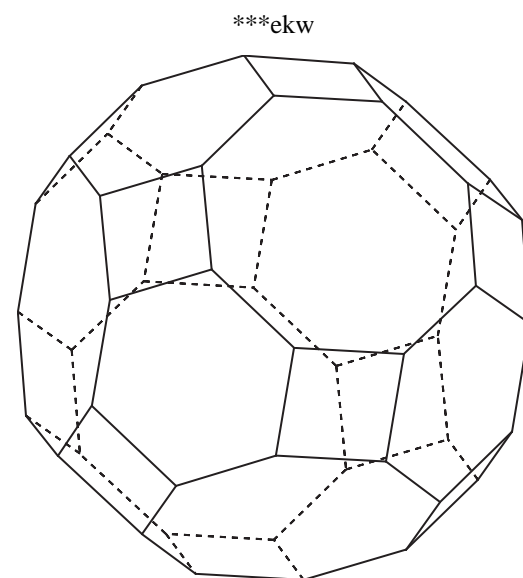
ScherHexa hat es natürlich wieder unendlich viele, nämlich für jeden Scherwinkel $> 0^\circ$ und $\leq 90^\circ$. Ich wähle zwei auffallende Repräsentanten aus. Den schon vorgestellten Scherwinkel 70.53° und den Scherwinkel 90° (gleich 'keine' Scherung). Beim Scherwinkel 90° sind alle 8 Rauten gleich.

Dieses orthogonale *ScherHexa90* hat zwei bemerkenswerte Eigenschaften

- ein *rundes* Volumen von genau 6 Einheiten
- u. a. den 'runden' Raumwinkel π in neuer Art $(120^\circ, 104.5^\circ, 104.5^\circ)$.

Das runde Volumen kommt dadurch zustande, dass die grosse Diagonale im Hexagon 2 beträgt und die kleine Diagonale $\sqrt{3}$. Das ScherHexa90 kann in einen prismatischen Teil und zwei Kappen aufgeteilt werden. Der prismatischen Teil hat das Volumen kleine Diagonale im Quadrat mal $1 = 3$. Die Kappen haben die Höhe 1 und ihre Spitze kann auf halber Höhe abgeschnitten und in vier Teile aufgespalten werden, die den verbleibenden Stumpf genau zu einem hexagonalen Prisma der Höhe 0.5 ergänzen können. Die Kappen haben also das Volumen kleine Diagonale im Quadrat mal $0.5 = 1.5$. Insgesamt erhalten wir die runde Zahl 6.

EK(Würfel)



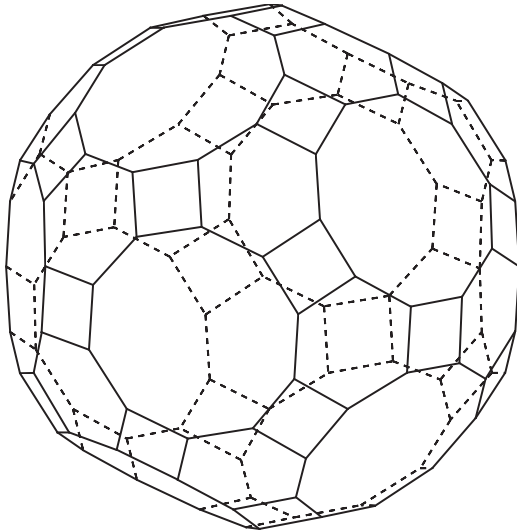
Alle 48 Ecken sind gleich und haben den Raumwinkel 31.25% (Kegelwinkel 135.95°).

Das Volumen hat den Betrag 41.80.

Die Oberfläche beträgt 61.75.

EK(Dodekaeder)

***ekd



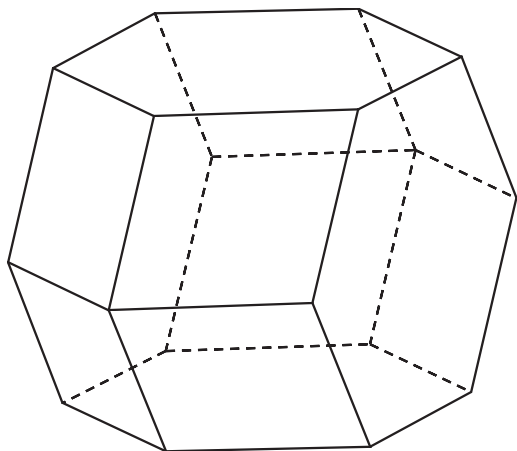
Alle 120 Ecken sind gleich und haben den Raumwinkel 37.50% (Kegelwinkel 151.04°).

Das Volumen hat den Betrag 206.80.

Die Oberfläche beträgt 174.29.

ScherHexa90

***sh90



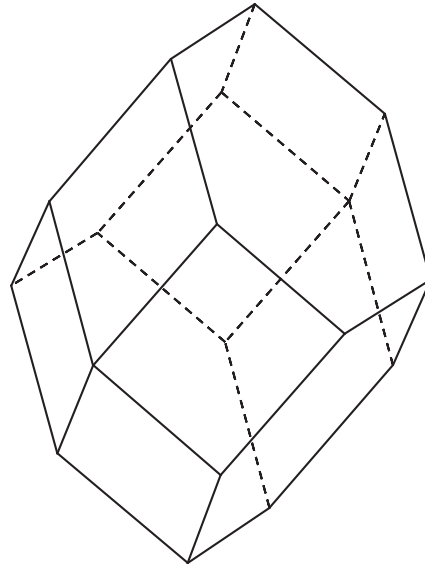
Die Ecke, an die 4 Rauten stossen hat einen Raumwinkel von 20.48 % (Kegelwinkel 107.64°). Wo nur eine Raute an die Ecke stösst, sind es 19.38 % (Kegelwinkel 105.91°). Die Ecken, an die zwei Rauten stossen, haben den runden Raumwinkel π , dh. 25 % (Kegelwinkel 120°).

Das Volumen hat den runden Betrag 6.

Die Oberfläche beträgt 18.14.

ScherHexaWurz2

***shw2



Die Ecke, an die 2 Rauten und 2 Quadrate stossen, hat einen Raumwinkel von 19.59 % (Kegelwinkel 107.64°). Wo eine Raute an zwei Hexagone stösst, sind es 15.20 % (Kegelwinkel 91.80°). Die übrigen 12 Ecken haben den runden Raumwinkel π , dh. 25 % (Kegelwinkel 120°).

Das Volumen hat den Betrag 5.66.

Die Oberfläche beträgt 17.86.