Nachtrag II zu den 'Kugelagglomerationen'

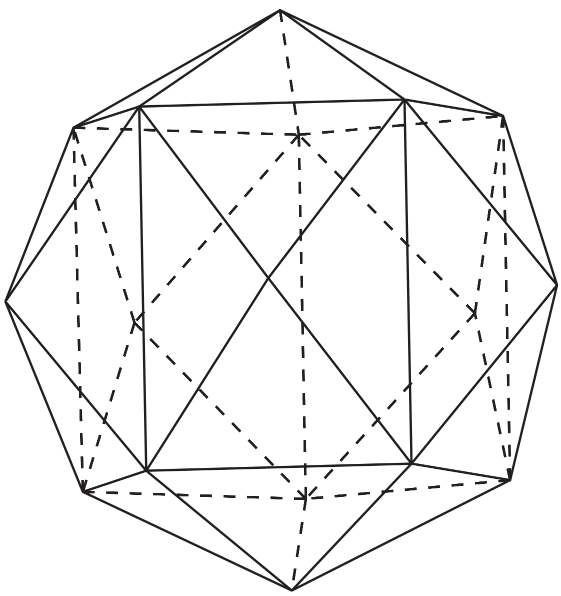
1) Die neuen von E.Bernal
2) Der 33er
3) Korrekturen betreffend 60er nd 93er
4) Neue Ausschnitte aus dichtesten Kugelpackungen
5) Jenseits 135, aber noch Radius<3
6) Exakte Formeln
7) Nachgeführte Treppe

1) Die neuen von E.Bernal

4.18

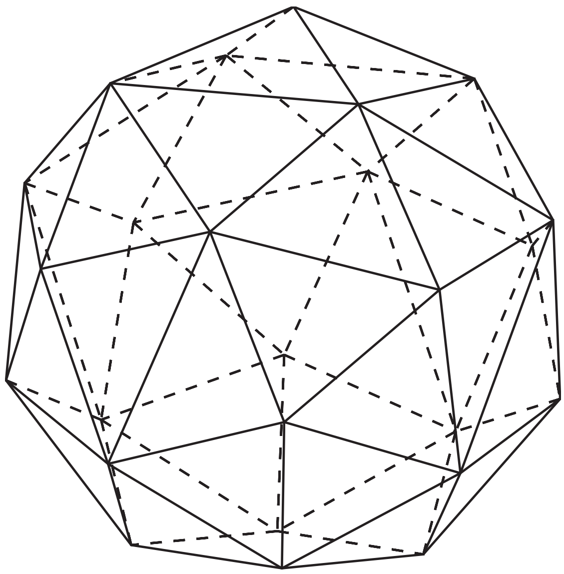
Es gibt eine deutlich dichtere 18-er Agglomeration als der 20-Kugelausschnitt aus der dichtesten Kugelpackung vom Typ 12, bei dem man zwei Kugeln wegnimmt. Sie stammt von einer optimalen. axialsymmetrischen Lösung, Kreise auf eine Kugel zu packen. E.Bernal hat mich auf sie hingewiesen. Es leuchtet allgemein ein, dass Lösungen mit optimal gepackten Kugeln in einer äussersten Schale kompakter sind als die Ausschnitte aus den dichtesten Kugelpackungen.

(1.1606 , 18) ist ein neuer Treppenabsatz in der Treppe der besten Kugelagglomerationen, der den bisherigen Absatz 16T annuliert. Die Dichte ist 49.11%.



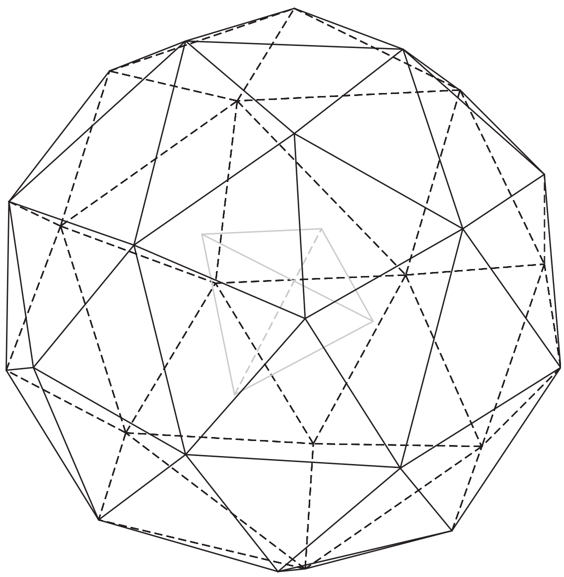
4.27

Ein weiterer Typ von Bernal ist folgende Agglomeration mit 27 Kugeln. (1.4122 , 27) ist ein neuer Treppenabsatz in der Treppe der besten Kugelagglomerationen, der den bisherigen Absatz 24K annuliert. Die Dichte ist 48.26%.



4.32

Der Favorit von Bernal ist folgende 32-Kugelagglomeration, weil sie wahrscheinlich die kugelärmste ist, die bereits eine Dichte von 50% erreicht. (1.4964 , 32) ist ein neuer Treppenabsatz in der Treppe der besten Kugelagglomerationen, der die bisherigen Absätze 24K, 26S', 29T' und den unten folgenden 4.33 annuliert. Die Dichte ist 50.27%.



2) Der 33er

4.33

Das innere Ikosaeder kann um den Faktor 1.64 gespreizt werden. Damit berühren sich die 12 innern Kugeln nicht mehr gegenseitig. Dafür können die äusseren 20 Kugeln etwas näher rücken. Der neue Radius der umschriebenen Kugel wird 1.5604+0.5, was kleiner ist als 1.5723+0.5. Jetzt hat sogar in der Mitte eine zusätzliche Kugel Platz (1.64*0.95-0.5=1.058 > 1.0), sodass wir folgenden neuen Treppenabsatz für die Kugelagglomerationen bekommen

(1.5604 , 33)

3) Korrekturen betreffend 60er nd 93er

Der 60er unter 4.60 ist in Wirklichkeit eine Agglomeration mit 68 Kugeln.

Der 93er unter 4.93 hat nur 90 Kugeln und ist nicht interessant.

4) Neue Ausschnitte aus dichtesten Kugelpackungen

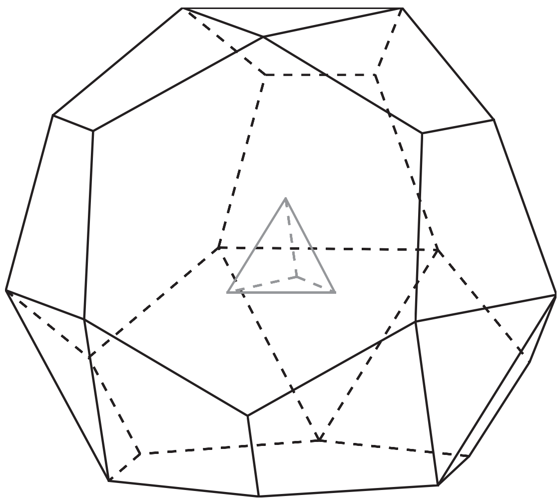
Bei den um ein Tetraeder zentrierten, grösseren Ausschnitten aus den dichtesten Kugelpackungen geschah ein Fehler. Weiter waren zu Unrecht die quadratzentrierten Ausschnitte aus der DKP Typ 12 nicht berechnet worden.

Wir erhalten drei neue: 104, 120 und 140.

Es werden im Folgenden nur noch die innerste und äusserste Schale der Kugeln gezeichnet.

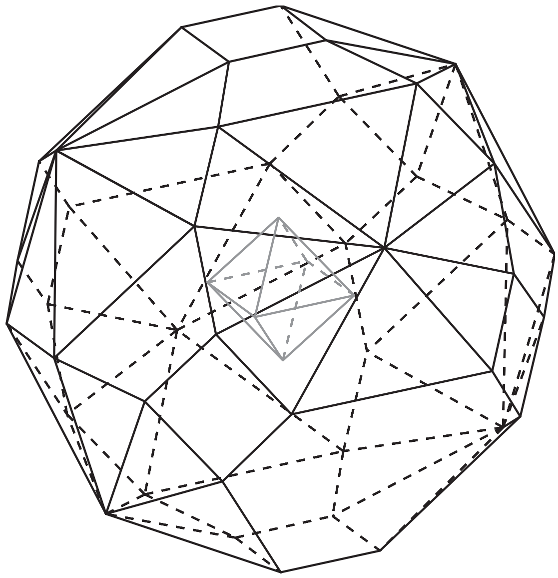
4.104

Der Radius von 104 Kugeln beträgt 2.53, wenn sie wie folgt um ein Tetraeder angeordnet werden



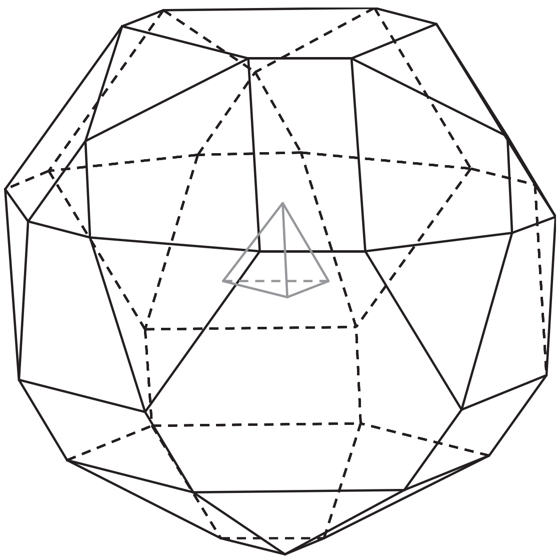
4.120

Der Radius von 120 Kugeln beträgt 2.62, wenn sie wie folgt um die Mitte eines Quadrates angeordnet werden (DKP Typ 12)



4.140

Der Radius von 140 Kugeln beträgt 2.72, wenn sie wie folgt um ein Tetraeder angeordnet werden

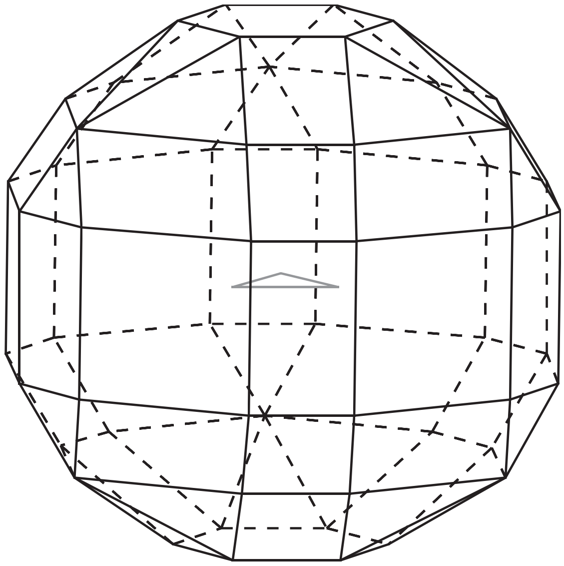


Der neue Treppenabsatz (2.72,140) annuliert den alten 139S'.

5) Jenseits 135, aber noch Radius<3

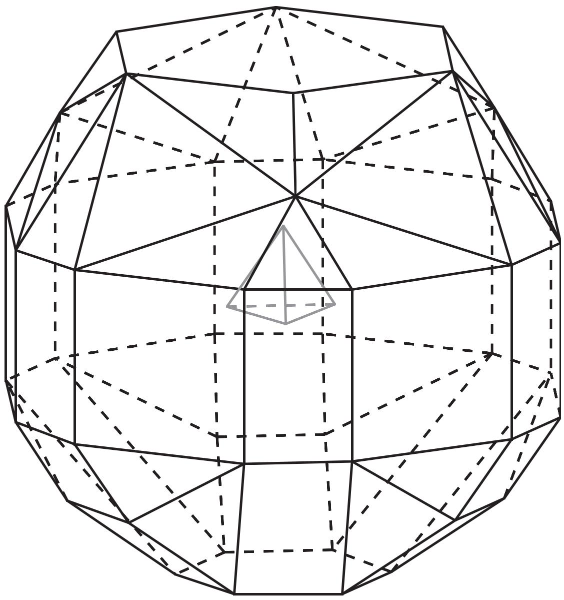
4.145

Der Radius von 145 Kugeln beträgt 2.83, wenn sie wie folgt um die Mitte eines Dreiecks angeordnet werden (DKP Typ 12)



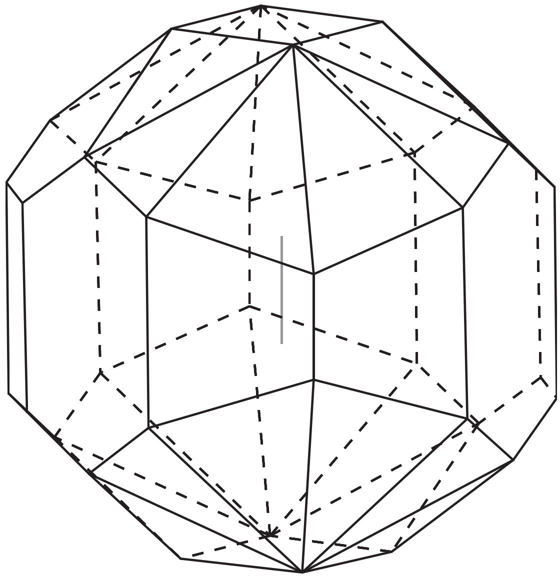
4.148

Der Radius von 148 Kugeln beträgt 2.84, wenn sie wie folgt um ein Tetraeder angeordnet werden (DKP Typ 12)



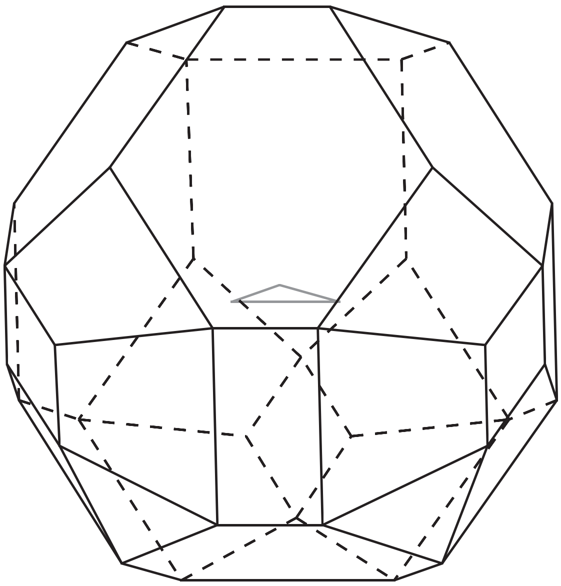
4.150

Der Radius von 150 Kugeln beträgt 2.88, wenn sie wie folgt um die Mitte zwischen zwei Kugeln angeordnet werden



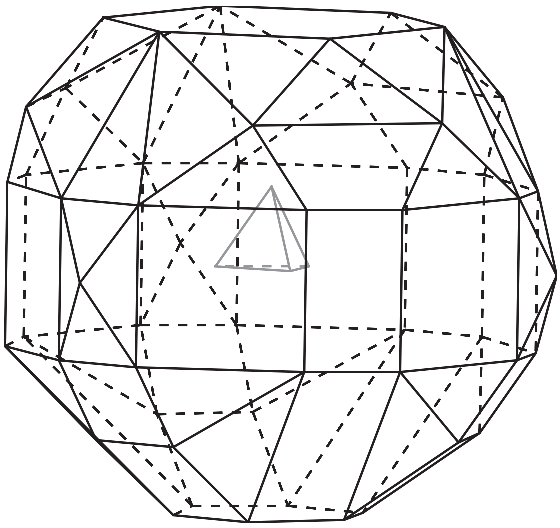
4.152

Der Radius von 152 Kugeln beträgt 2.89, wenn sie wie folgt um die Mitte eines Dreiecks angeordnet werden



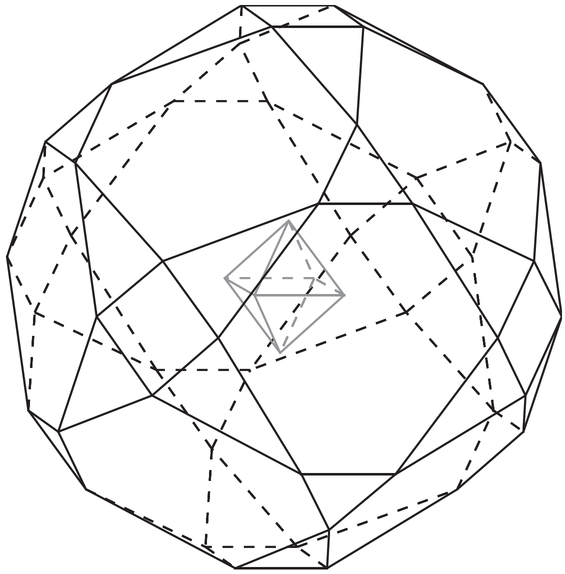
4.157

Der Radius von 157 Kugeln beträgt 2.90, wenn sie wie folgt um ein Tetraeder angeordnet werden (DKP Typ 12)



4.164

Der Radius von 164 Kugeln beträgt 2.92, wenn sie wie folgt um ein Oktaeder angeordnet werden



6) Exakte Formeln

Exakte Ausdrücke für die Radien der umschriebenen Kugel minus 0.5

5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
8	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\frac{1}{\sqrt{2}}}$
12	$\frac{\sqrt{2(5+\sqrt{5})}}{4}$
13	1
15	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
16	$\frac{\sqrt{22}}{4}$
18	$\frac{\sqrt{2}}{4}\sqrt{5+\phi+\sqrt{6+7\phi}}$, $\phi=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
20	$\sqrt{\frac{5}{3}}$
33	$\sqrt{\frac{3x}{6x-\sqrt{6}(\sqrt{5}+3)}}$, $x=\sqrt{\sqrt{5}+5}$
38	$\frac{\sqrt{10}}{2}$
43	$\sqrt{3}$

7) Nachgeführte Treppe

Legende:

B	Bernal
E	Im Zentrum eine Kugel (Ecke)
K	Im Zentrum die Mitte von zwei Kugeln (Kante)
S	Im Zentrum die Mitte von drei Kugeln (Seite)
T	Im Zentrum ein Tetraeder
Q	Im Zentrum ein Oktaeder (Quadratmitte)

E' bis Q', wie E bis Q aber dichteste Kugelpackung vom Typ 12 statt 123.